BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

DM 6 – à rendre lundi 8 novembre

Thermodynamique et changement climatique

Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours ou sur le serveur de la classe.





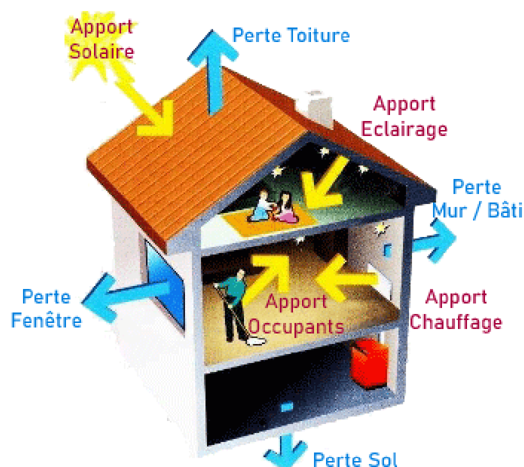
La COP 26, 26^{e} conférence des Nations Unies sur le climat, aura lieu à Glasgow du 1er au 12 novembre 2021. Pour limiter les conséquences du changement climatique, le réchauffement de la planète doit être contenu sous 2 °C, engagement qui a été pris lors de la COP21 à Paris en 2015. Mais pour tenir cet objectif, les États doivent redoubler d'efforts : le dernier rapport du GIEC montre que nous ne réduisons pas suffisamment nos émissions de gaz à effet de serre et que le réchauffement risque de dépasser 3 °C avec des conséquences irréversibles pour l'humanité.

Ce DM aborde deux sujets en lien avec les enjeux climatiques : côté causes le bilan carbone d'une maison chauffée au gaz, et côté conséquences l'élévation du niveau des mers sous l'effet du réchauffement. Les deux parties sont indépendantes l'une de l'autre.

I - Bilan carbone du chauffage au gaz d'une maison

Le but de cet exercice est de réaliser le bilan carbone du chauffage au gaz naturel d'une maison de $100\,\mathrm{m}^2$ habitables, c'est-à-dire d'estimer l'ordre de grandeur de la masse de CO_2 rejetée dans l'atmosphère en un an. Comme l'objectif est un bilan annuel, les variations journalières de température seront négligées pour se concentrer sur les variations saisonnières. La modélisation thermique des bâtiments étant un domaine très complexe, on se contentera du modèle (très) simplifié décrit dans le document 1.

Document 1 : Modélisation thermique d'une maison



- Les pertes thermiques de la maison, de température uniforme T, vers l'extérieur, de température T_{ext}, sont décrites par une unique conductance thermique équivalente dont la valeur est comprise entre 250 et $500\,\mathrm{W\cdot K^{-1}}$ en fonction de la qualité d'isolation de la maison. On prendra pour la maison étudiée une isolation moyenne : $G = 350\,\mathrm{W\cdot K^{-1}}$.
- De par son métabolisme, un adulte dégage en permanence une puissance thermique comprise entre 100 et 120 W. On supposera la maison habitée par une famille de quatre personnes, chacun dégageant en continu la même puissance $p = 80\,\mathrm{W}$, inférieure aux valeurs précédentes pour tenir compte du temps passé hors de la maison.
- Les appareils électriques se trouvant dans la maison libèrent également une puissance thermique due à l'effet Joule, appelée charge thermique. Les spécialistes considèrent usuellement une valeur de charge thermique dépendant de la surface habitable et valant $\psi = 5\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$.
- Lorsqu'elle est en fonctionnement, la chaudière apporte une puissance thermique de chauffe $\mathcal{P}_c$. Usuellement, cette puissance est fixée mais la chaudière ne fonctionne pas en continu. Pour simplifier, on suppose ici au contraire la puissance $\mathcal{P}_c$ apportée en continu mais de valeur variable.

BY-NC-SA

VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

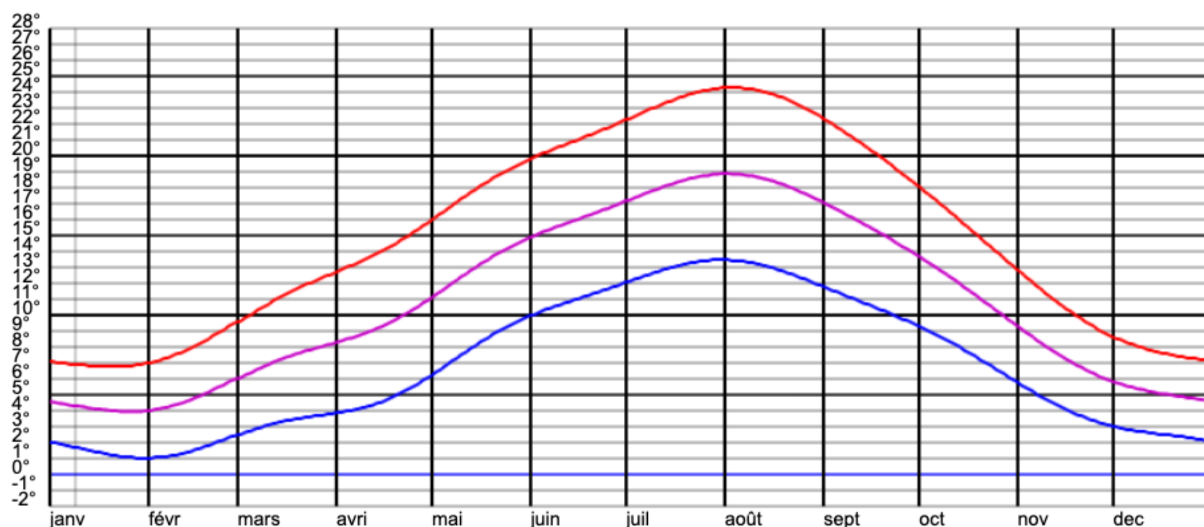
1 - Montrer qu'en régime permanent la température d'équilibre de la maison non chauffée vaut

$$T_{\rm nc} = T_{\rm ext} + \frac{4p + \psi S}{G}\,.$$

2 - La température dans la maison doit être maintenue à une valeur constante $T = 19\,°\mathrm{C}$. À partir de quelle température extérieure est-il nécessaire de démarrer la chaudière pour une maison bien isolée ? mal isolée ? Est-ce le cas chez vous ? Quelle contribution essentielle au chauffage d'une maison, omise dans le modèle précédent, permet d'expliquer la différence ?

Pour tenir compte de cet effet de manière empirique, on suppose que la chaudière ne fonctionne que lorsque la température moyenne journalière est inférieure à 10 °C. Le document 2 représente les températures enregistrées à Rouen : avec la convention ci-dessus, la période de chauffe s'étend donc du 25 octobre (jour 298) au 20 avril (jour 110). Dans la suite, **on ne s'intéresse qu'à la température moyenne journalière**.

Document 2 : Normales climatiques à Rouen



Les trois courbes représentent respectivement les températures minimale, moyenne et maximale journalières enregistrées chaque jour à Rouen, moyennées sur la période 1981-2010. Le minimum annuel est atteint au 1er février (jour 32) et le maximum au 1er août (jour 214).

Source : Météo France.

3 - On modélise la courbe de température par une sinusoïde de la forme

$$T_{\rm ext} = T_0 - \Delta T \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}(t - t_0)\right)\,.$$

Déterminer les valeurs numériques des températures T_0 et ΔT, de la période τ (en jours) et du décalage temporel t_0 (en jours).

4 - Exprimer la puissance de chauffe nécessaire pour maintenir $T = 19\,°\mathrm{C}$ en fonction de la température extérieure.

5 - On note t_1 et $t_2 > t_1$ le début et la fin de la période de chauffe. Montrer qu'au cours de cette période la chaudière fournit le transfert thermique total

$$Q_{\rm c} = G\,\Delta T\,\frac{\tau}{2\pi}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{\tau}(t_2 - t_0)\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}(t_1 - t_0)\right)\right] + G(T - T_0)(t_2 - t_1) - (4p + \psi S)(t_2 - t_1)\,.$$

Proposer (et réaliser !!) trois tests de vraisemblance sur la validité de cette formule. Calculer la valeur numérique, en faisant très attention aux unités.

L'énergie nécessaire est apportée par la combustion du méthane CH_4 au sein de la chaudière. On considérera que la chaudière a un rendement $\eta = 0{,}9$, c'est-à-dire que seuls 90 % de l'énergie libérée par la combustion est effectivement récupérée par la maison, le reste étant perdue notamment via les fumées de combustion.

6 - Écrire l'équation de réaction de combustion du méthane et calculer son enthalpie standard de réaction $\Delta_{\rm r}H°$. Tous les constituants sont à l'état gazeux. Des données thermochimiques sont regroupées dans le document 4, en fin d'énoncé.

BY-NC-SA Étienne Thibierge, 19 octobre 2021, www.etienne-thibierge.fr

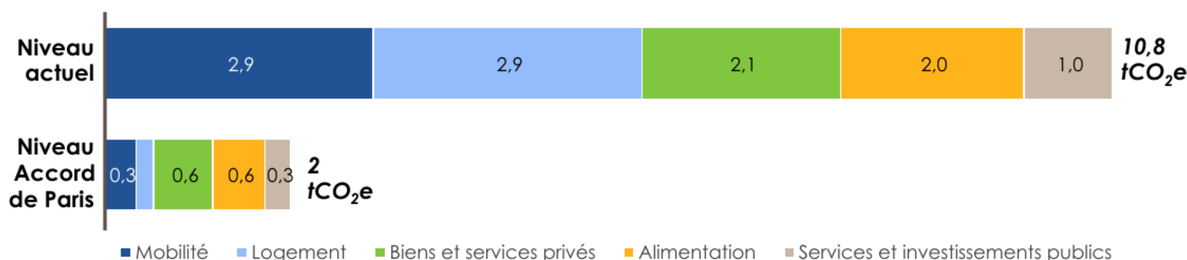
7 - Déterminer la quantité de matière de méthane que la chaudière doit brûler pour apporter à la maison le transfert thermique Q_c. En déduire que la masse de CO_2 rejetée dans l'atmosphère s'écrit

$$m_{CO_2} = -\frac{Q_c}{\eta\,\Delta_r H^\circ} M_{CO_2}\,.$$

Proposer (et réaliser !!) trois tests de vraisemblance sur la validité de cette formule.

8 - Calculer la valeur numérique et commenter le résultat au regard du document 3.

Document 3 : Empreinte carbone moyenne d'un français



L'empreinte carbone d'un pays quantifie les émissions directes et indirectes de gaz à effet de serre induites par la consommation intérieure de ce pays, ici ramenées à l'échelle d'un individu. Les valeurs sont exprimées en « tonnes de CO_2 équivalentes », ce qui permet de prendre en compte l'émission d'autres gaz à effet de serre que le CO_2 à condition de prendre en compte leur pouvoir de réchauffement comparé à celui du CO_2.

Source : Carbone4, cabinet spécialisé dans la transition bas-carbone.

Document 4 : Extrait de table thermodynamique

	CH_4	CO_2	O_2	H_2O
$\Delta_f H^\circ$ (kJ · mol^{-1})	−74,8	−393,5	0	−241,8
M (g · mol^{-1})	16	44	32	18

II - Montée des océans sous l'effet du réchauffement climatique

Le sixième rapport d'évaluation du GIEC a été publié en août 2021. Il donne un état des lieux des connaissances scientifiques autour du changement climatique. On y trouve notamment la courbe de la figure 1 à propos de l'élévation du niveau des océans.

En fonction du scénario d'émissions de gaz à effet de serre retenu, le niveau marin augmentera avec certitude, l'ampleur de l'augmentation allant de 50 cm (émissions modérées) à 80 cm (émissions élevées). Les bandes colorées indiquent les incertitudes. La couleur des petits carrés dans les encadrés renseigne sur la contribution de différents phénomènes à cette élévation moyenne : dans tous les cas, environ la moitié de la hausse est due à la fonte des calottes glaciaires et la moitié à la dilatation thermique de l'eau. L'objectif de l'exercice est d'interpréter ces proportions sous l'angle de la thermodynamique.

Données : au niveau de précision de nos raisonnements, les masses volumique de l'eau douce et de l'eau de mer seront supposées identiques.

- masse volumique de l'eau liquide : $\rho_e = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$;
- masse volumique de la glace : $\rho_g = 0{,}92\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

9 - On rappelle que la Terre a un rayon $R_T = 6370\,\mathrm{km}$, et 70 % de sa surface est recouverte d'eau. Calculer la surface S occupée par les océans.

Compte tenu de la faible profondeur des océans au regard du rayon terrestre, on peut négliger la courbure de la Terre : on approxime l'océan comme une surface plane S surmontée d'une hauteur H d'eau dont le niveau s'élève de h sous l'effet des différents phénomènes.

La première contribution à l'élévation du niveau des mers est celle due à la fonte des calottes glaciaires. Leur volume est estimé à $26 \cdot 10^6\,\mathrm{km^3}$ en Antarctique, $2{,}5 \cdot 10^6\,\mathrm{km^3}$ au Groenland et $0{,}2 \cdot 10^6\,\mathrm{km^3}$ pour les autres glaciers de montagne.

10 - Exprimer la masse d'une calotte glaciaire de volume V, et en déduire l'élévation h qu'entraînerait sa fonte totale. Calculer les trois valeurs numériques h_A, h_{Gr} et h_{gl}. Commenter les résultats obtenus par rapport à la figure 1, d'une

CC BY-NC-SA

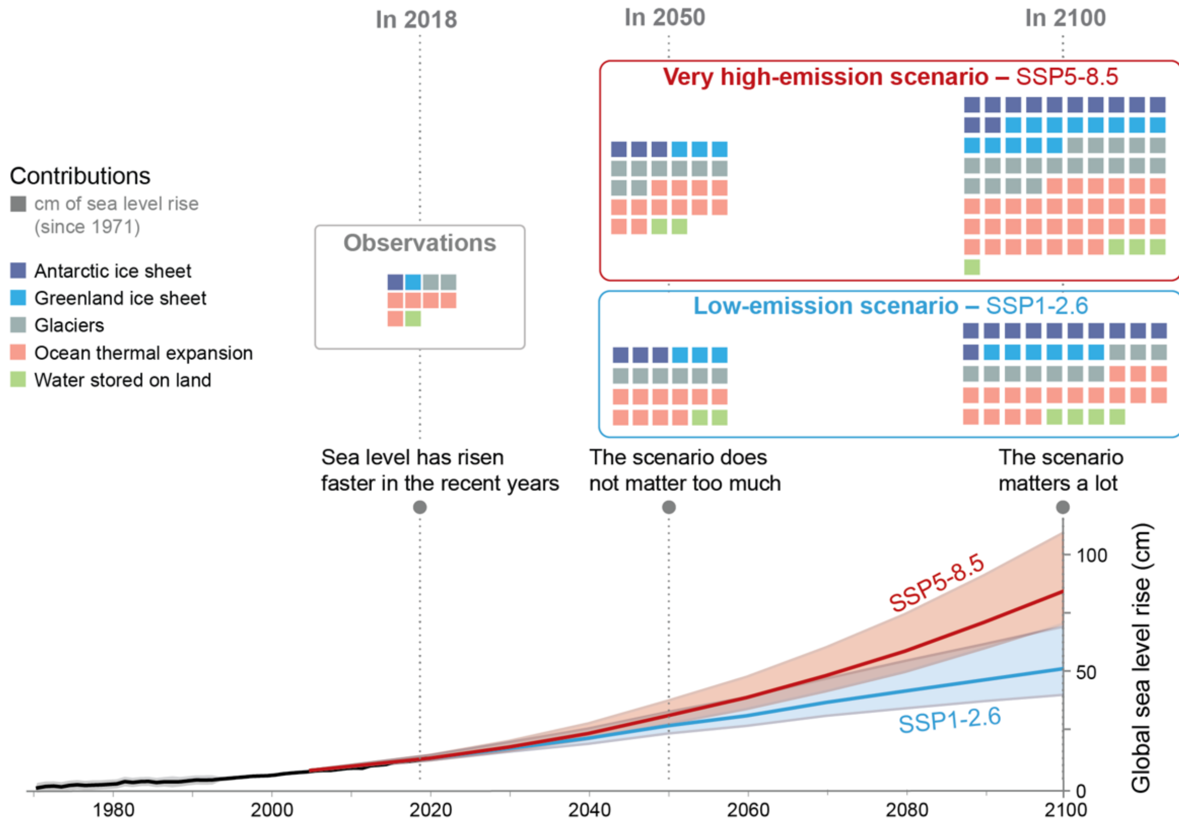


Figure 1 – **Projections d'élévation du niveau marin.** Pour en profiter pleinement, allez voir la version couleur sur le site de la classe. Source : sixième rapport d'évaluation du GIEC, août 2021.

part sur l'ordre de grandeur global, d'autre part sur les proportions imputables à chaque type de glace continentale (couleur des carrés de la figure 1). Proposer une interprétation.

Intéressons-nous maintenant à la dilatation thermique de l'eau, ce qui nécessite un modèle plus élaboré que celui du liquide indilatable et incompressible. On définit deux coefficients thermoélastiques, le coefficient de dilatation isobare α et le coefficient de compressibilité isochore χ, définis par les dérivées partielles

$$\alpha = \frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_P \qquad \text{et} \qquad \chi = -\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial P}\right|_T .$$

Pour l'eau, $\alpha = 3\cdot 10^{-4}\,\mathrm{K^{-1}}$ et $\chi = 5\cdot 10^{-10}\,\mathrm{Pa^{-1}}$.

11 - Considérons une masse d'eau constante, dont le volume dépend de la température et de la pression : $V = V(T,P)$. Donner le lien entre les différentielles $\mathrm{d}V$, $\mathrm{d}T$ et $\mathrm{d}P$ et les dérivées partielles du volume. En déduire que

$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = \alpha\,\mathrm{d}T - \chi\,\mathrm{d}P\,.$$

La pression atmosphérique n'étant pas affectée par le réchauffement, comment se simplifie cette relation ? Comme les variations relatives de volume d'eau et de température sont faibles, on pourra directement utiliser la relation établie pour les différentielles ($\mathrm{d}V$, $\mathrm{d}T$) directement avec les variations (ΔV, ΔT), sans passer par une intégration [1].

12 - L'homogénéisation de la température dans l'océan étant un phénomène très lent, on peut en première approche considérer que seule une couche superficielle d'épaisseur $e \sim 500\,\mathrm{m}$ ressent la variation de température, et donc se dilate. Déduire de la relation précédente que si la température augmente de ΔT alors le niveau de l'océan augmente de

$$h_{\mathrm{dil}} \simeq \alpha\, e\, \Delta T\,.$$

Calculer la valeur de h_{dil} en fin de siècle pour les deux scénarios ($\Delta T_{\mathrm{SSP1}} = 1{,}8\,°\mathrm{C}$, $\Delta T_{\mathrm{SSP5}} = 4{,}4\,°\mathrm{C}$). Commenter les résultats obtenus par rapport à la figure 1.

1. C'est en fait la relation que l'on retrouverait par des développements limités au premier ordre des résultats issus de l'intégration.

BY-NC-SA

Enfin, une dernière contribution à laquelle on pourrait penser mais qui n'apparaît pourtant pas sur la figure 1 est la fonte de la banquise, ce que l'on va maintenant expliquer.

Donnée : dans l'hypothèse où je n'aie pas eu le temps de finir le cours de statique des fluides avant les vacances, je rappelle que la poussée d'Archimède subie par un solide dont un volume V_i est immergé dans un fluide de masse volumique ρ_fl s'écrit

$$\vec{\Pi}_\mathrm{A} = -\rho_\mathrm{fl} V_\mathrm{i} \vec{g}\,.$$

13 - Considérons un iceberg dont le volume immergé est noté V_i et le volume émergé V_e. Donner la condition d'équilibre mécanique de l'iceberg, et en déduire que

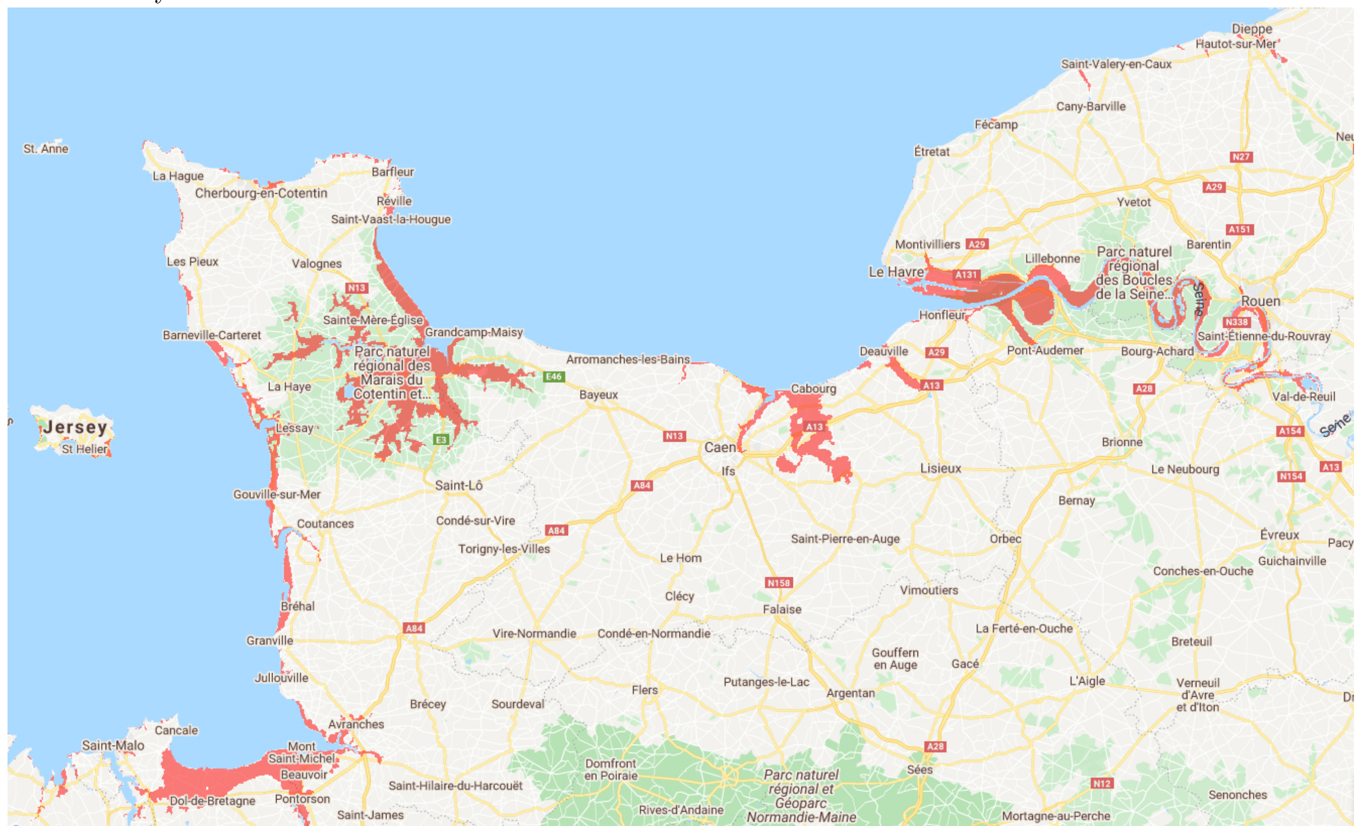
$$\frac{V_\mathrm{e}}{V_\mathrm{i}} = \frac{\rho_\mathrm{e} - \rho_\mathrm{g}}{\rho_\mathrm{g}}\,.$$

Calculer la valeur numérique, commenter le résultat.

14 - Notons V' le volume d'eau liquide issu de la fonte totale de l'iceberg. En partant de la conservation de la masse, montrer que $V' = V_\mathrm{i}$.

15 - Conclure sur l'influence qu'aurait la fonte totale de la banquise sur le niveau marin.

Remarque finale : voici une carte de la Normandie sur laquelle sont colorées en rouge les zones qui se trouveront sous le niveau moyen estimé de la Manche en 2050.



BY-NC-SA